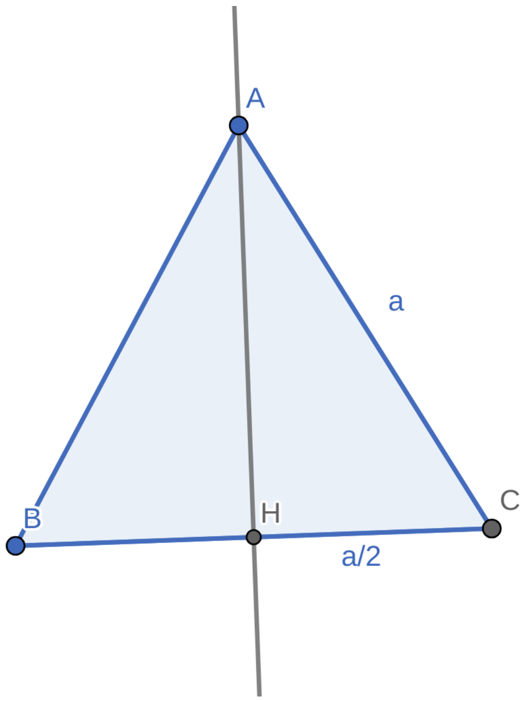
Khalil Oualdi 1ère8

Enigme mathématique du mois de novembre

Périmètre du triangle : 1800 mm
Le triangle étant équilatéral le périmètre est égal à trois fois la longueur du côté et donc la longueur de celui ci est égale à :
1800/3 = 600 mm
On sait aussi que dans un triangle équilatéral de côté a, la hauteur est égal à ($\sqrt{3}$ * a)/2.
Démonstration :
On peut dans un triangle équilatéral ABC tracer H le projeté orthogonal de A sur BC.
La droite (AH) est donc à la fois l'une des médiatrices, l'une des bissectrice et l'une des hauteurs du triangle.



AH étant une médiatrice HC = BC/2 = AC/2
Et donc sur la figure ci dessus on a d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = HC^2 + AH^2 \longrightarrow AC^2 = (AC/2)^2 + AH^2 \longrightarrow AH^2 = AC^2 - (AC/2)^2$
$\longrightarrow AH^2 = (AC - AC/2)*(AC + AC/2) \longrightarrow AH^2 = (AC/2)*((3*AC)/2) \longrightarrow AH^2 = (3*AC^2)/4$
$\longrightarrow AH = (\sqrt{3}*AC)/2$
Ainsi pour un côté de longueur a, la hauteur dans un triangle équilatéral est égale à ($\sqrt{3}$*a)/2.
Donc dans notre cas la hauteur du triangle est égale à : (600*$\sqrt{3}$)/2 = 300*$\sqrt{3}$ mm
et donc l'aire du triangle est égale à :
(base * hauteur)/2 = (300*$\sqrt{3}$*600)/2 = 90 000*$\sqrt{3}$

Le carré étant constitué des mêmes pièces qui forment le triangle, les deux figures ont la même aire et donc : Aire du triangle = Aire du carré = 90 000 * $\sqrt{3}$

et puisque l'Aire du carré = (côté du carré)^2 :

Périmètre du carré :

coté du carré = $\sqrt{}$aire du carré = $\sqrt{(90\ 000 * \sqrt{3})} = 300*\sqrt{\sqrt{3}} = 394.822203886$ mm
et donc le périmètre est égal à :
4*côté du carré = $4*300*\sqrt{\sqrt{3}} = 1579.28881554 \approx 1579$ mm (arrondi à l'unité)