

Labo Maths – Énigme du mois Décembre: Il faut faire la lumière sur cette affaire

– *Démonstration de Hedi Bazazi –
en 1°10*

Pour contacter: hedi.bazazi-e@ert.tn

- **Consigne:** Nous avons 6 ampoules numérotés de manières croissantes (14, 15, 21, 22, 33, 35) et qui, lorsqu'on actionne l'interrupteur N d'une ampoules, elle change d'état. Cependant, celle dont les numéros ont avec N un diviseur commun > 1 , changent elles aussi d'état. Ainsi il est possible de les allumer toutes en même temps en actionnant successivement 4 de ses 6 interrupteurs...

Pour déterminer lesquelles nous allons procédés ainsi :

J'ai ainsi essayé de faire **un code python** qui illustre le problème pour déterminer ces interrupteurs.

De ce fait, on va chercher un nombre entier > 1 qui divise chacun des N entiers de chaque ampoule, c'est-à-dire un **diviseur commun à chaque ampoule**.

❖ (par exemple: pour 14 on aura 21, 22 et 35)
dans la foulé, **le code répondra au problème :**

```
def pgcd(a, b):  
    while b:  
        a, b = b, a % b  
    return a  
  
def chrch_interrupteurs_a_actionner(nbr, nbr_interrupteurs_a_actionner):  
    interrupteurs_a_actionner = [] #initialisation de la liste de départ  
  
    for i in range(1, len(nbr) + 1):  
        diviseur_commun = [j for j in range(1, len(nbr) + 1) if i % j == 0]  
  
        if sum(nbr[j - 1] % 2 == 0 for j in diviseur_commun) % 2 == 1:  
            interrupteurs_a_actionner.append(i)  
  
        if len(interrupteurs_a_actionner) == nbr_interrupteurs_a_actionner:  
            break  
  
    return interrupteurs_a_actionner  
  
nbr = [14, 15, 21, 22, 33, 35]  
nbr_interrupteurs_a_actionner = 4  
interrupteurs = chrch_interrupteurs_a_actionner(nbr, nbr_interrupteurs_a_actionner)  
print("Pour allumer toutes les ampoules, actionnez successivement les interrupteurs:", interrupteurs)
```

%Run engine.py

our allumer toutes les ampoules, actionnez successivement les interrupteurs: [1, 2, 3, 5]

Interpréteur python: Thonny

Explication du code:

- 1) Ici, La fonction (`chrch_interrupteurs_a_actionne`) prend comme entrée une liste d'ampoules (`nbr`) et le nombre d'interrupteurs à actionner (`interrupteur_a_actionner`).
- 2) Elle renvoie une liste d'interrupteurs à actionner pour allumer toutes les ampoules. Le code utilise deux boucles for.
- 3) La première boucle (`for i in range(1, len(nbr) + 1)`) Vérifie tous les interrupteurs possibles (de 1 à N, où N est le nombre total d'ampoules).

Pour chaque interrupteur i , la liste des diviseurs communs avec i est calculée.

1) La deuxième boucle (`for j in diviseur_commun`) compte le nombre d'ampoules dont les numéros ont un diviseur commun avec l'interrupteur actuel, et qui sont également éteintes (`valeur paire`).

- Si le nombre d'ampoules éteintes avec un diviseur commun est impair, cela signifie qu'en actionnant cet interrupteur, l'ensemble des ampoules changera d'état.

- Enfin, si le nombre d'interrupteurs à actionner (`len(interrupteurs_a_actionner)`) atteint le nombre recherché (`nbr_interrupteur_a_actionner`), la fonction s'arrête (`break`) et renvoie la liste des interrupteurs à actionner.

Le programme nous affiche dans la console:

- "Pour allumer toutes les ampoules, actionnez successivement les interrupteurs: [1, 2, 3, 5]"

Par conséquent, d'après le programme il faudra actionner les interrupteurs 1, 2, 3 et 5 successivement pour les allumer toutes en même temps.

- La fonction (`chrch_interrupteurs_a_actionne`) parcourt chaque interrupteur disponible et identifie les ampoules qui changent d'état lorsqu'on actionne l'interrupteur N .
- Ainsi elle choisit les interrupteurs nécessaires pour atteindre l'objectif défini par le nombre demandé (`nbr_interrupteur_a_actionner`).
- Ce code cherche en premier le pgcd pour résoudre le problème de manière algorithmique car en cherchant le pgcd, on est au moins sûr d'avoir un diviseur commun supérieur à 1

du moins si les entiers n'ont pas entre eux que 1 comme diviseur en commun.